ALLE SORGENTI DEGLI ALGORITMI

Il «continuo» tra Veda e Pitagora

–di **Paolo Zellini** | 08 luglio 2017

Siamo abituati a risolvere problemi matematici usando lettere e numeri, oltre che simboli adatti a designare enti e operatori dai significati più vari. Ma quali sono le origini e le motivazioni più remote di quei simboli? Hanno un significato che non sia semplicemente quello assunto nelle teorie dove sono utilizzati? O ancora: perché disegniamo figure geometriche, e perché si possono collegare a quelle figure complessi formalismi algebrici? Considerando la scarsezza delle fonti, come pure la diffidenza, che era già di Nietzsche o di Foucault, per ogni possibile ricerca delle origini del nostro sapere, la domanda può apparire oziosa. Eppure è insistentemente circolata, in ogni epoca, negli ambienti più avanzati della ricerca scientifica.
Nell'Introduzione del suo celebre trattato sulla teoria della relatività, *Raum. Zeit. Materie (Spazio. Tempo. Materia)*, del 1919, Hermann Weyl notava che le vere motivazioni originarie delle teorie sono sempre oscure, e che tuttavia il matematico, quando si trova a operare con i suoi concetti lungo linee strettamente formali, «dovrebbe ricordarsi di tanto in tanto che le origini delle cose giacciono in strati più profondi di quelli a cui i suoi metodi gli consentono di discendere. Al di là della conoscenza conquistata dalle singole scienze resta il compito di *capire*».

Ma ci si può chiedere fin dove conviene ed è possibile retrocedere per cercare le origini. Un'indicazione proviene dalle parole stesse, a cominciare dal termine greco che designava la figura geometrica: *schéma*. Sulle proprietà delle figure geometriche si basava la matematica degli *Elementi* di Euclide come pure la scienza dei Veda deputata all'edificazione degli altari di Agni. Con il termine "schematismo" Kant avrebbe poi designato quell'arte insondabile «nascosta nelle profondità dell'anima umana» e di cui ignoriamo la profonda natura e le vere scaltrezze, in cui sono fissate le regole con cui agisce la nostra immaginazione nel tracciare una circonferenza, oppure le linee di un triangolo o di un trapezio. A schemi già studiati nella matematica antica, greca, vedica o babilonese, si sarebbero pure ricondotti gli algoritmi numerici con cui gli algebristi del '500 e successivamente Viète e Newton, avrebbero edificato l'algebra e l'analisi moderne. Infine, gli stessi schemi sarebbero serviti a definire gli algoritmi più avanzati con cui un calcolatore risolve numericamente le equazioni della fisica matematica, un problema di minimo o un sistema di equazioni non lineari.

Schéma è principio di costruzione, legge della nostra immaginazione come pure dei calcoli che deleghiamo al computer.

Un altro termine che ci fa intravvedere il filo di riferimenti che ci lega al passato è il sanscrito *ṛta*, nozione cardine dell'universo religioso, giuridico e morale delle civiltà indoeuropee, che denotava l'Ordine che regola l'assetto dell'universo, il movimento degli astri, i cicli delle stagioni e degli anni, i rapporti tra uomini e dèi e i rapporti tra uomini. Il senso della parola, accostabile al latino di *ritus* e *artus*, richiama quello di un'articolazione che lega assieme le cose più diverse, con metodi che la matematica ha sempre cercato di stabilire, mediante enumerazioni, rapporti, equazioni, teoremi e algoritmi.

Oltre alle *enumerazioni*, ovunque presenti nella letteratura antica, due nozioni di fondamentale importanza sarebbero state implicate nell'idea di concatenazione esatta designata dal termine *ṛta*: quello della crescita delle grandezze e il concetto di *continuo* geometrico e numerico. Il problema di stabilire le regole con cui le grandezze geometriche possono crescere o diminuire senza mutare la loro forma era di fondamentale importanza per la matematica e la filosofia greca, come pure per i rituali vedici. E proprio dal modo in cui quel problema fu risolto in alcuni casi critici, come la crescita di un quadrato o di un cubo, derivò la ricerca di metodi generali per risolvere le equazioni algebriche, nei secoli XVI e XVII. Il metodo per approssimare la soluzione di un'equazione quadratica per passi successivi si sarebbe compreso immaginando un quadrato che, ad ogni passo, cresce o decresce secondo le regole stabilite dalla geometria vedica e pitagorica.

Nei primi decenni del XIX Secolo Bernard Bolzano fu tra i primi a capire che l'idea matematica di continuo doveva svilupparsi in modo puramente analitico, senza ricorrere a nozioni di spazio, di tempo o di movimento. Fu questo un passaggio rivoluzionario, perfezionato nel corso dell' '800 da Cauchy e da Weierstrass, ma gli schemi algoritmici utili a capire e a giustificare i nuovi concetti dell'analisi non sarebbero mutati.

L'idea di continuo esprime l'esigenza intuitiva che il concatenamento esatto che lega le cose esistenti in natura siano in un contatto intimo tra loro, senza fessure o lacune di sorta. Le definizioni matematiche di continuo elaborate a fine '800 avevano appunto lo scopo di realizzare questo concetto in un dominio numerico che doveva includere, oltre agli interi e alle frazioni, anche i numeri irrazionali. Forse quelle ingegnose definizioni, su cui si fondano peraltro le teorie moderne dell'analisi, non hanno espresso tutte le esigenze della nostra intuizione, ma hanno comunque rispettato un percorso coerente che ha visto ripetersi in forme e in tempi diversi gli stessi modelli di ragionamento e le stesse idee di principio. Non è un caso se Richard Dedekind, a cui si deve, nel 1872, una delle più convincenti teorie matematiche del continuo, precisava più tardi, nella Prefazione al suo trattato sull'*Essenza e significato dei numeri* (1888), che le sue teorie erano in linea con ciò che i matematici avevano già concepito in passato sulla natura dei numeri irrazionali. La tradizione retrocedeva coerentemente fino alla definizione euclidea di proporzione (*Elementi*, V, 5). Il concetto di uguaglianza di rapporti di Euclide, scriveva Dedekind, «è stato indubbiamente l'origine della mia teoria, come pure [...] di molti altri tentativi più o meno riusciti di dare un fondamento alla introduzione dei numeri irrazionali nell'aritmetica».

Il matematico italiano Alfredo Capelli avrebbe poi precisato che un fondamento delle teorie di Dedekind - e quindi di Euclide - si trovava negli algoritmi con cui i matematici antichi sapevano approssimare, mediante rapporti tra interi, un numero irrazionale. Gli studi di Otto Neugebauer sulle procedure dell'aritmetica babilonese gli danno indirettamente ragione.

L'idea matematica di continuità era solo un aspetto, se pure il più rigoroso e perfezionato, di quella grande "catena dell'essere" di cui Arthur Lovejoy, nel 1936, tracciò una storia esemplare in un libro diventato famoso. E non è un caso che il timore di una qualche "soluzione di continuità" fosse frequentemente avvertito in modo non dissimile da un *horror vacui*. Nel XVI Secolo perfino i diavoli la temevano, come ci svela François Rabelais, e urlavano - come diavoli, appunto - quando se ne sentivano minacciati. Ma il Secolo XVI vide anche i primi tentativi, da parte di matematici come Cardano e Bombelli, di capire in che cosa doveva consistere, nei casi più semplici, il principio di continuità. Fu presto chiaro che quel principio era uno strumento indispensabile per calcolare le soluzioni di un'equazione algebrica, e che rappresentava il problema cardine di quell'epoca e il presupposto della successiva edificazione dell'analisi nel '600.