

**Che cos'è una tre-sfera?** La si può vedere a destra così come l'hanno immaginata sia Dante che Einstein (qui sopra mentre scrive una formula alla lavagna). La tre-sfera è costituita da due palle (insiemi di sfere concentriche) unite per il bordo

# Dante e Einstein nella tre-sfera

La struttura dell'universo descritta nel Paradiso è la stessa suggerita dal grande fisico della relatività. Ed è coerente con le più recenti misure cosmologiche

di **Carlo Rovelli**

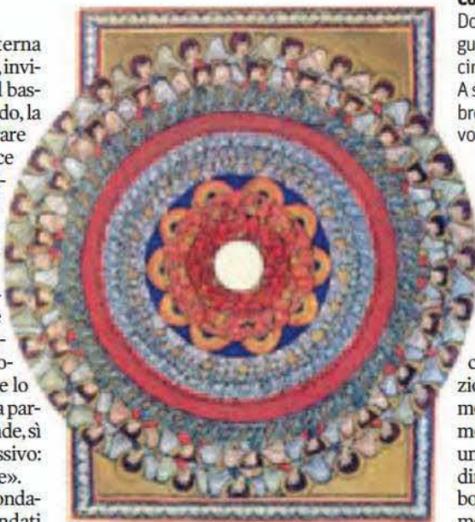
Salito fino alla sfera più esterna dell'universo aristotelico, Dante, invitato da Beatrice, guarda verso il basso. Vede tutti i cieli, e, giù in fondo, la piccola Terra, che gli sembra girare lentamente sotto i suoi piedi. Poi Beatrice lo invita a guardare verso l'alto, fuori dall'Universo aristotelico, là dove secondo Aristotele non ci sarebbe più nulla di nulla, perché per Aristotele l'Universo ha un bordo dove tutto finisce.

Dante guarda e ha la straordinaria visione di un punto di luce circondato da nove immense sfere di angeli. Dove stanno questo punto di luce e le sfere angeliche, che sono fuori dall'Universo aristotelico? Dante lo dice in maniera incantevole: «questa altra parte dell'Universo d'un cerchio lui comprende, sì come questo li altri». E nel canto successivo: «parendo inchiuso da quel ch'elli nchiude».

Il punto di luce e le sfere di angeli circondano l'Universo e insieme sono circondati dall'Universo. Che significa?

Per la maggior parte dei lettori, l'immagine di due insiemi di sfere concentriche ciascuno dei quali "inchiude" l'altro è solo un'oscura immagine poetica. I libri di testo dei licei disegnano il punto di luce e le sfere di angeli semplicemente fuori dall'universo aristotelico. Ma per un matematico o un cosmologo di oggi, la descrizione della forma dell'Universo data da Dante è perfettamente trasparente, e l'oggetto descritto da Dante è inconfondibile. Si tratta di una "tre-sfera", la forma che nel 1917 Albert Einstein ha ipotizzato essere la forma del nostro universo, e che oggi resta compatibile con le più recenti misure cosmologiche. La sfrenata fantasia poetica e la straordinaria intelligenza di Dante Alighieri hanno anticipato di sei secoli una geniale intuizione di Albert Einstein sulla forma che il nostro universo potrebbe avere.

Che cos'è questa "tre-sfera"? È una struttura matematica, una figura geometrica, che non è facilissima, ma in fondo neanche difficilissima, da concepire. La difficoltà sta nel fatto che non la si può disegnare dentro lo spazio a cui siamo abituati, per lo stesso motivo per cui la superficie della Terra non può essere disegnata fedelmente su una carta geografica piana. Per capire, consideriamo il seguente problema: se camminiamo sulla Terra sempre nella stessa direzione, dove arriviamo? Incontriamo il bordo della Terra? No. Arriviamo in paesi sempre nuovi all'infinito? Neppure. Come ben sappiamo, dopo avere fatto il giro della Terra, torniamo al punto di partenza. Un'idea difficile da di-



**Cori angelici.** Gustave Doré, Dante e Beatrice guardano Dio circondato dagli angeli. A sinistra, miniatura dal breviario di Hildegard von Bingen (1098-1179)

gerire per gli antichi, e che fa ancora ridere i bambini alle elementari, ma alla quale abbiamo finito per abituarci, e trovare ragionevole. Questo perché la terra è una "sfera". I matematici, precisi, dicono piuttosto che la "topologia", cioè la "forma intrinseca", della Terra è una "due-sfera" ("due", perché sulla Terra si può camminare in due direzioni principali: nord-sud, o est-ovest). Poniamo la stessa domanda per l'universo in cui siamo: immaginiamo di poter viaggiare su un'astronave velocissima sempre nella stessa direzione. Dove arriviamo? Incontreremo il bordo dell'universo? Poco credibile. Troveremo spazi sempre nuovi all'infinito? Anche

quest'idea è poco attraente e forse poco credibile. E allora? Allora c'è la terza possibilità: dopo avere fatto il giro intero dell'Universo, ritorneremo al punto di partenza, sulla Terra. Questo è ciò che avviene se l'Universo è una tre-sfera. C'è un modo abbastanza semplice di disegnare questa tre-sfera. Torniamo alla superficie della Terra. Una tecnica ben nota per disegnarla su una carta geografica, consiste nel disegnare due dischi: uno con i continenti dell'emisfero nord e il polo nord al centro, e l'altro analogo per l'emisfero sud. L'equatore è disegnato due volte, come il bordo di entrambi i dischi. Se partiamo dal polo sud e camminiamo verso nord, a un certo punto attraversiamo

l'equatore: nella nostra rappresentazione in due dischi, "saltiamo" da un disco all'altro. Ovviamente nella realtà non facciamo nessun salto, perché nella realtà l'emisfero nord, visto da chi viene dal polo sud, "circonda" l'emisfero nord, così come l'emisfero sud "circonda" l'emisfero nord, per chi guarda da nord. La tre-sfera può essere rappresentata in maniera del tutto analoga, disegnando due "palle". Una palla è "l'emisfero nord" della tre-sfera, l'altra è l'emisfero sud. La sfera "equatoriale" che separa e connette i due emisferi è disegnata due volte: come il bordo delle due palle. Un viaggiatore che partisse dal centro della prima palla e salisse "di sfera in sfera", come Dante, fino a que-



sto equatore, vedrebbe sotto di sé un insieme di sfere concentriche, e sopra di sé un altro eguale insieme di sfere concentriche che si richiuderebbero intorno a un punto. Quest'altro emisfero, allo stesso tempo "circonderebbe" e "sarebbe circondato" dalla prima palla. In altre parole, la migliore rappresentazione della tre-sfera è esattamente quella che ne dà Dante. È stato un matematico americano, Mark Peterson, il primo a scrivere nel 1979 un bell'articolo sottolineando la chiarezza con cui Dante descrive la tre-sfera; ma oggi ogni fisico o matematico riconosce facilmente la tre-sfera nella descrizione dantesca dell'Universo.

Come ha potuto Dante anticipare Einstein di sei secoli? Innanzitutto l'immaginazione spaziale di Dante, nel tardo medioevo, non era ancora ingabbiata nel rigido immaginario newtoniano per il quale lo spazio fisico è Euclideo e infinito. Per Dante, come per Aristotele, lo spazio è solo la struttura delle relazioni fra le cose, e una tale struttura può avere forme peculiari. In secondo luogo, l'idea che la divinità risieda "oltre" il bordo dell'Universo aristotelico si trova già nel *Li Tresor*, il bellissimo libro di Brunetto Latini, maestro di Dante, che compendia il sapere medioevale. In terzo luogo, l'immagine di Dio come un punto di luce circondato da sfere di angeli è anch'essa già presente nel Medioevo, come ci mostrano diverse immagini del tempo. Dante ha messo insieme i pezzi del puzzle.

A me piace pensare che sia stata un'immagine precisa a ispirare Dante. Dante lascia Firenze nel 1301, mentre si stanno completando gli straordinari mosaici della cupola del Battistero.

**Due geni hanno avuto la stessa intuizione topologica dello spazio. Pre e post-newtoniana al tempo stesso**

ro. Se entrate nel Battistero e guardate in alto, vedete un punto di luce (la presa di luce dalla lanterna sulla sommità della cupola) circondato da nove ordini di angeli, (con il nome scritto per ciascun ordine: Angeli, Arcangeli, Principati, Potestà, Virtù, Dominazioni, Troni, Cherubini e Serafini) esattamente come nel *Paradiso*. Se immaginate di essere una formica sul pavimento del Battistero (il polo sud) e iniziare a camminare in una qualunque direzione, notate come da qualunque direzione salite sui muri, arrivereste poi allo stesso punto di luce circondato da angeli (il polo nord): il punto di luce e suoi angeli "circondano" e insieme "sono circondati", dal resto delle decorazioni interne del Battistero. L'interno del battistero è una due-sfera, ovviamente. Dante, come ogni cittadino della Firenze della fine del Duecento, sarà certo rimasto impressionato dalla grandiosa opera architettonica che la sua città stava completando. (Il bellissimo e terrificante mosaico del Battistero che rappresenta l'*Inferno*, opera di Coppo di Marcovaldo, maestro di Cimabue, è comunemente considerato una sorgente d'ispirazione per Dante). Non potrebbe Dante avere trovato ispirazione anche nella "topologia" del Battistero? Il *Paradiso* ne riproduce con esattezza la struttura, compresi gli angeli e il punto di luce, traducendola da due dimensioni a tre, e ottenendo così la tre-sfera einsteiniana.

Che sia questa o altra l'origine dell'idea, resta il fatto che la straordinaria immaginazione di Dante ha saputo trovare una soluzione consistente all'antico problema di conciliare l'idea di un mondo finito con l'idea dell'assenza del "bordo del Mondo". La soluzione è la stessa che Einstein escogiterà sei secoli più tardi. E che forse è la soluzione giusta.

Perché ci piace tanto Dante? Per molti motivi, ma forse anche per un motivo che chi come me si occupa di scienza vede particolarmente bene: Dante è uomo non solo di grandissima cultura, ma anche di straordinaria intelligenza, anche matematico-scientifica. Sentire una persona colta di oggi che scherza e quasi vanta della sua ignoranza scientifica è altrettanto triste che sentire uno scienziato che si vanta di non avere mai letto una poesia. Poesia e Scienza sono entrambe creazioni dello spirito che creano nuovi modi di pensare il mondo, per farcelo meglio capire. La grande Scienza e la grande Poesia sono entrambe visionarie, e talvolta possono arrivare alle stesse intuizioni. La cultura italiana odierna che tiene Scienza e Poesia separate è sciocca, perché si rende miopia alla complessità e alla bellezza del mondo, che sono rivelate da entrambe.